$\Leftrightarrow$ 5 (x – 3) = 11(y - 1) $\Rightarrow$ 11 divise 5(x – 3)

or $11 \wedge 5 = 1$

d'après lemme de Gaus on a : 11 divise (x – 3)

d'où il existe $k \in \mathbb{Z}$ tel que x – 3 = 11k d'où x = 11k +3

2°/ $\begin{cases} 3u \equiv 1(5) \\ 7u \equiv 9(11) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2\times 3u \equiv 2(\text{mod } 5) \\ 7\times 8u \equiv 72(\text{mod } 11) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 \equiv 2(\text{mod } 5) \\ 4 \equiv 6(\text{mod } 11) \end{cases}$

$S_{\mathbb{Z}^2} = \{(11k+3, 5k+1) \quad ou\ k \in \mathbb{Z}\}$

(2 est un inverse de 3 modulo 5 et 8 est inverse de 7 modulo 11)

Il existe (x , y) $\in \mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$ $\begin{cases} U - 2 = 5x \\ U - 6 = 11y \end{cases}$

ainsi 5x + 2 = U = 11y + 6

d'où 5x +2 = 11y + 6 $\Leftrightarrow$ 5x – 11y = 4

d'après 1) x = 3 + 11k

y = 1+5k ou k $\in \mathbb{Z}$

d'où U = 5(3+11k) + 2 = 17 + 55k

S = { 17 + 55k , k$\in \mathbb{Z}$ }

Solution 9 :

1°/ a) $7 \wedge 3 = 1$

d' après l'entité de Bezout il existe au moins un couple $(x_0 , y_0) \in \mathbb{Z}^2$ /

$7x_0 - 3y_0 = 1$

b) 7x – 3y = 7 × 1 – 3 × 2 $\Leftrightarrow$ 7(x – 1) = 3 (y – 2) $\Leftrightarrow$ 3 devise 7(x – 1) or $7 \wedge 3 = 1$

donc d'après le lemme de Gauss 3 divise (x – 1)

et par suite x – 1 = 3 k ($k \in \mathbb{Z}$) d'où x = 3k + 1